

## En kort note om Cobb-Douglas nyttefunktioner

*N.B. Denne note er ikke pensum og er bare tænkt som en opsummering af nogle af de resultater, vi har udledt til øvelsestimerne i de forskellige opgaver. Dette er første udgave. Hvis I finder fejl, mangler eller uklarheder, må I meget gerne sige/skrive det til mig hurtigst muligt, og så vil jeg rette det til og lægge det ud på hjemmesiden.*

**Cobb-Douglas** er en af de mest almindelige nyttefunktioner. Generelt skrives den sådan:

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d, \quad c > 0, \quad d > 0$$

Cobb-Douglas funktioner er populære, da de har mange ”pæne” egenskaber, som vi ofte gerne vil antage, at præferencer har. Fx er Cobb-Douglas præferencer altid **monotone og konvekse**.

Når vi har Cobb-Douglas præferencer, kender vi også **løsningen til forbrugers problem** på forhånd:

$$x_1^* = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1}, \quad x_2^* = \frac{d}{c+d} \frac{m}{p_2}$$

(Dette kan fx vises ved at opstille tangeringsbetingelsen.)

Ved en monoton transformation, kan vi sørge for at potenserne summerer til en:

$$v(x_1, x_2) = [u(x_1, x_2)]^{\frac{1}{c+d}} = x_1^{\frac{c}{c+d}} x_2^{\frac{d}{c+d}}$$

Hvis vi definerer  $a \equiv \frac{c}{c+d}$  kan vi skrive funktionen som

$$v(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$$

som naturligvis repræsenterer de samme præferencer som  $u(x_1, x_2)$ .

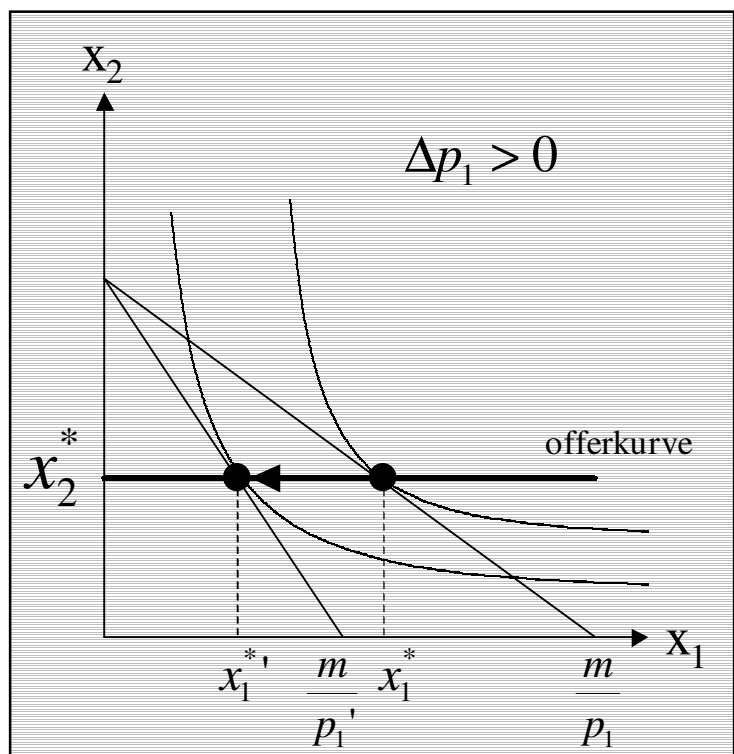
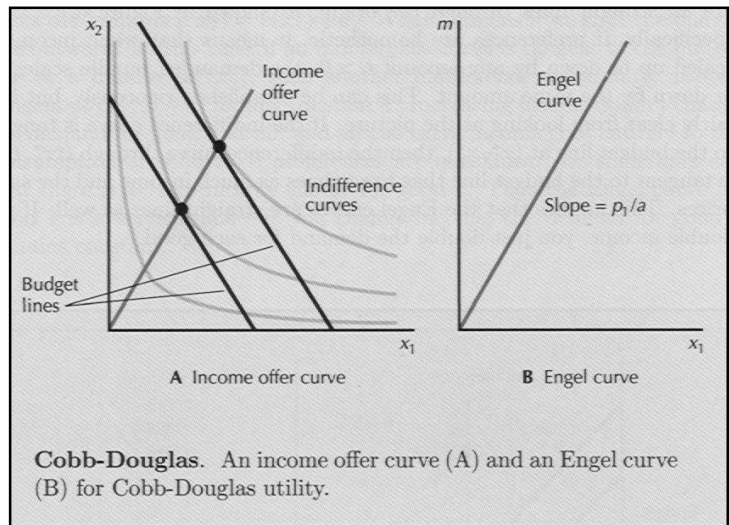
Løsningen er dermed

$$(x_1^*, x_2^*) = \left( a \frac{m}{p_1}, (1-a) \frac{m}{p_2} \right).$$

Nu har potenserne en dejlig nem fortolkning:  **$a$  er andelen af indkomst brugt på  $x_1$  og  $(1-a)$  er andelen af indkomst brugt på  $x_2$** . (Fx er andelen af indkomst på vare 1  $= \frac{p_1 x_1}{m} = \frac{p_1}{m} \left( a \frac{m}{p_1} \right) = a$ .)

Hvis vi ser nærmere på den generelle løsning for Cobb-Douglas præferencer, er der nogle andre egenskaber, der kan noteres:

- For givne priser er efterspørgslen en lineær funktion af indkomst,  $m$ . Dette betyder, at hvis vi ganger  $m$  med et positivt tal  $t$ , vil efterspørgslen blive  $t$  gange så stor. Dette medfører, at **ekspansionsvejen** (income offer curve) er en ret linie igennem origo.
- Af de samme årsager er **Engelkurven** også en ret linie igennem origo.
- Efterspørgselsfunktionen for den ene vare er ikke funktion af prisen på den anden vare (fx er  $x_1^*$  ikke afhængig af prisen på vare 2). Det betyder, at varerne hverken er komplementær eller substitutter. Grafisk betyder det, at **offerkurven** er vandret for ændringer i  $p_1$  og lodret for ændringer i  $p_2$ .



Der findes også Cobb-Douglas **produktionsfunktioner**: Se især Varian kapitel 19 (appendix).